

Vecteurs du plan

Exercices d'application

Apprendre à apprendre



Pour les exercices 25 à 27, rédiger correctement vos réponses en y ajoutant des schémas et des exemples puis faire une fiche de cours avec l'ensemble des réponses.

25 1. Quelles sont les trois caractéristiques d'un vecteur ?
2. Comment positionner deux vecteurs pour pouvoir les additionner facilement ?

3. Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, tels que $\vec{v} = k\vec{u}$ où k est un nombre réel, ont-ils même direction ? même longueur ? même sens ?

26 1. Comment calcule-t-on la norme d'un vecteur à partir de ses coordonnées ?

2. Comment calcule-t-on les coordonnées d'un vecteur multiplié par un nombre réel ?

27 1. Pour quels objets mathématiques utilise-t-on les mots « colinéaires » et « parallèles » ?

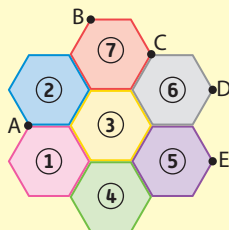
2. Qu'est-ce que le déterminant ? À quoi sert-il ?

Questions - Flash



Diapo
Ressource professeur

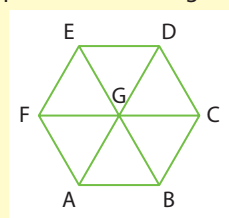
28 La figure suivante représente sept hexagones réguliers et numérotés.



Déterminer l'image de :

- l'hexagone ① par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
- l'hexagone ④ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- l'hexagone ⑦ par la translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$.
- l'hexagone ① par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE}$.

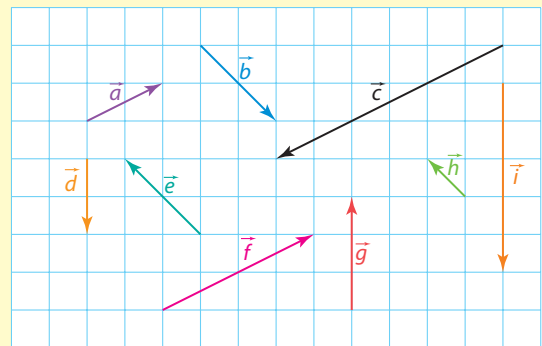
29 La figure représente un hexagone régulier.



En utilisant les points de la figure, donner un vecteur égal à :

- $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC}$
- $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{DE}$
- $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GF}$
- $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BD}$
- $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{EF}$
- $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DE}$

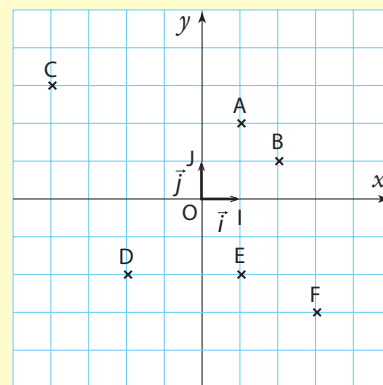
30 Recopier et compléter les égalités suivantes avec le nombre réel manquant.



- $\vec{c} = \dots \vec{a}$
- $\vec{b} = \dots \vec{e}$
- $\vec{d} = \dots \vec{g}$
- $\vec{d} = \dots \vec{i}$
- $\vec{a} = \dots \vec{c}$
- $\vec{b} = \dots \vec{h}$
- $\vec{i} = \dots \vec{g}$
- $\vec{f} = \dots \vec{c}$

31 Lire les coordonnées des points et des vecteurs suivants dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- A
- B
- $\overrightarrow{OC}$
- $\overrightarrow{AE}$
- $\overrightarrow{FC}$
- $\overrightarrow{DO}$



32 Soit $A(5; -1)$ et $B(-2; 1)$ deux points dans un repère orthonormé. Déterminer :

- les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- la valeur exacte de la longueur du segment $[AB]$.
- les coordonnées du milieu du segment $[AB]$.

33 Parmi les vecteurs suivants, lesquels sont colinéaires ?

$$\vec{v}_1 \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_2 \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_3 \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_4 \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_5 \begin{pmatrix} -8 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_6 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

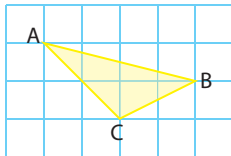
34 Déterminer y pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

- $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix}$
- $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ y \end{pmatrix}$

Exercices d'application

Translation et égalités de vecteurs

35 1. Reproduire la figure puis construire l'image $A'B'C'$ du triangle ABC obtenue par la translation de vecteur $\vec{AB}$.



2. Citer deux vecteurs égaux au vecteur $\vec{AB}$.

3. Citer le vecteur égal à $\vec{BC}$.

4. Citer le représentant d'origine A' du vecteur $\vec{AC}$.

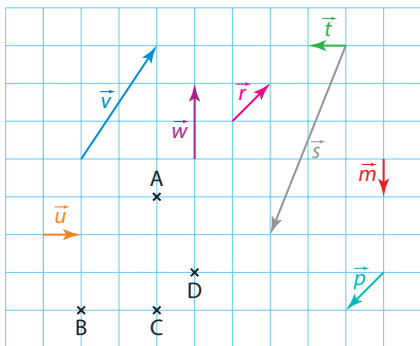
36 1. À partir de la figure, citer un vecteur :

a) opposé à $\vec{CD}$.

b) de même direction et de même sens que $\vec{AC}$.

c) de même direction que $\vec{BC}$ mais de sens contraire.

d) égal au vecteur $\vec{BA}$.



2. Placer les points E, F, G et H, images respectives du point A par les translations de vecteurs suivants.

a) $\vec{w}$ b) $\vec{v}$ c) $\vec{p}$ d) $\vec{m}$

3. Placer les points I, J, K et L, images respectives du point B par les translations de vecteurs suivants.

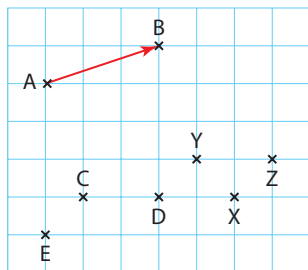
a) $\vec{r}$ b) $\vec{u}$ c) $\vec{w}$ d) $\vec{m}$

37 À partir de la figure :

1. donner les images des points C, D, E par la translation de vecteur $\vec{AB}$.

2. citer trois vecteurs égaux au vecteur $\vec{AB}$.

3. citer les trois parallélogrammes définis par les trois égalités vectorielles du 2.



38 Soit A, B et C trois points.

1. Construire le point D tel que $\vec{AB} = \vec{CD}$.

2. Construire le point E tel que $\vec{AB} = \vec{EC}$.

3. Que peut-on dire du point C ? Justifier.

39 1. Construire un parallélogramme ABCD de centre O. Nommer I le milieu de [OC].

2. Construire A' le symétrique de A par rapport à D et O' le symétrique de O par rapport à B.

3. a) Démontrer que $\vec{A'C} = \vec{DB}$.

b) Démontrer que $\vec{DB} = \vec{OO'}$.

c) En déduire que I est le milieu de $[A'O']$.

40 1. Indiquer si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses.

Logique

2. Lorsqu'elles sont fausses, dessiner un contre-exemple.

3. Écrire la réciproque de chacune des affirmations suivantes, puis dire si elles sont vraies ou fausses.

a) Si ABCD est un parallélogramme alors $\vec{AB} = \vec{CD}$.

b) Si $\vec{AB} = \vec{CD}$ alors ABDC est un parallélogramme.

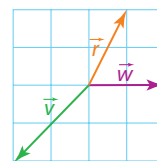
c) Si $\vec{AB} = \vec{BC}$ alors A, B et C sont alignés.

d) Si $\vec{AB} = \vec{BC}$ alors B est le milieu de [AC].

e) Si $(AD) \parallel (BC)$ alors $\vec{AD} = \vec{BC}$.

Somme, différence et opposés de vecteurs

41 1. Reproduire la figure ci-dessous.



2. Construire un représentant de chacun des vecteurs suivants.

a) $-\vec{r}$ b) $\vec{w} + \vec{r}$ c) $\vec{r} + \vec{v}$ d) $\vec{w} - \vec{r}$

42 Même exercice que le précédent avec :

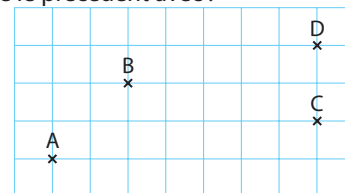
a) $-\vec{BA}$

b) $\vec{BC} + \vec{CD}$

c) $\vec{BA} + \vec{BC}$

d) $\vec{CB} - \vec{BA}$

e) $\vec{DC} - \vec{DB}$



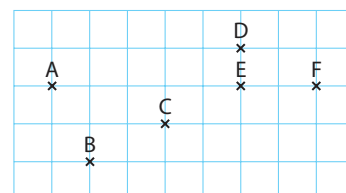
43 Même exercice que le 41 avec :

a) $\vec{AB} + \vec{CD}$

b) $\vec{BA} + \vec{EF}$

c) $\vec{CD} - \vec{FE}$

d) $\vec{EB} - \vec{AD}$



44 En utilisant les points de la figure, donner un vecteur égal à :

a) $\vec{DE} + \vec{HI}$

b) $\vec{GF} + \vec{CB}$

c) $\vec{AJ} - \vec{EI}$

d) $\vec{BG} + \vec{GH}$

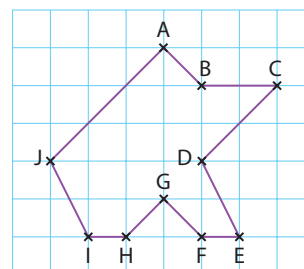
e) $\vec{BC} + \vec{CB} + \vec{BC}$

f) $\vec{IJ} + \vec{CF} + \vec{JC} + \vec{FE}$

g) $\vec{AB} - \vec{CB}$

h) $\vec{HF} - \vec{BC} + \vec{CD}$

i) $\vec{BD} + \vec{IH} - \vec{BH} - \vec{FD}$



Exercices d'application

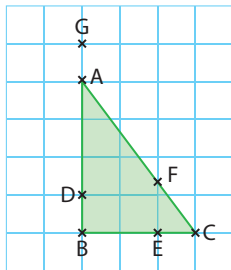
Produit de vecteurs par des nombres réels

45 Tracer un vecteur $\vec{u}$ de votre choix.
Construire les vecteurs $3\vec{u}$, $-5\vec{u}$, $\frac{1}{4}\vec{u}$, $-\frac{3}{2}\vec{u}$.

46 A et B sont deux points distincts.
Placer les points M, N, P, Q tels que :
a) $\vec{AM} = 3\vec{AB}$ b) $\vec{NA} = 2\vec{AB}$
c) $\vec{BP} = \vec{AB}$ d) $\vec{AQ} = -\frac{3}{2}\vec{AB}$

47 En observant la figure ci-contre, recopier et compléter les égalités vectorielles suivantes.

- a) $\vec{BD} = \dots \vec{BA}$ donc $\vec{BA} = \dots \vec{BD}$
b) $\vec{BE} = \dots \vec{BC}$ donc $\vec{BC} = \dots \vec{BE}$
c) $\vec{CF} = \dots \vec{CA}$ donc $\vec{CA} = \dots \vec{CF}$
d) $\vec{BA} = \dots \vec{AG}$ donc $\vec{AG} = \dots \vec{BA}$



Manipulation algébrique

48 Simplifier les expressions vectorielles suivantes.

- a) $-5\vec{u} + 2 \times 3\vec{u}$
b) $2\vec{u} - 5\vec{v} - 4\vec{u} + 2\vec{v}$
c) $-12\vec{v} + \vec{u} - 3 \times 4\vec{v} - \vec{u}$
d) $2\vec{u} + 3\vec{v} - 2(5\vec{u} - 2\vec{v})$

49 Recopier et compléter les égalités suivantes à l'aide de la relation de Chasles.

- a) $\vec{IB} = \dots \vec{A} + \dots \vec{A}$
b) $\vec{HF} = \vec{HG} + \dots$
c) $\vec{D} \dots + \vec{C} \dots = \dots \vec{B}$
d) $\vec{E} \dots + \dots \vec{E} = \dots$
e) $\vec{A} \dots = \vec{A} \dots + \vec{B} \dots + \vec{CM}$
f) $\vec{FE} + \dots = \vec{0}$

50 Écrire le plus simplement possible.

- a) $\vec{BD} + \vec{DA}$
b) $\vec{BD} + \vec{AA}$
c) $\vec{BD} + \vec{DB}$
d) $\vec{BD} - \vec{BA}$
e) $\vec{BD} + \vec{AD} + \vec{BA}$
f) $\vec{BD} - \vec{BA} + \vec{DA} - \vec{DB}$

Démonstration

51 A, B, C, D sont quatre points.
Démontrer que :

- a) $\vec{AB} - \vec{CD} - (\vec{AB} - \vec{CA}) = \vec{DA}$
b) $\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{AC} + \vec{BD}$

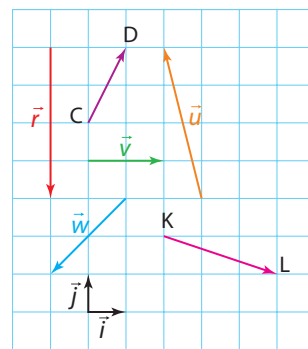
52 Simplifier les écritures suivantes.

- a) $\vec{u} = \vec{AB} - \vec{AC} + \vec{DC} - \vec{DB}$
b) $\vec{v} = -2\vec{AB} + \vec{BA} - 3\vec{BC} - 4\vec{CA}$

Dans la suite des exercices de cette rubrique, le plan est muni d'une base $(\vec{i}; \vec{j})$ ou d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Coordonnées de vecteurs

53 Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{r}, \vec{CD}$ et $\vec{KL}$.



54 On considère les points A(1; 2), B(-2; 5) et C(-3; -3).
Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{CA}$ et $\vec{BC}$.

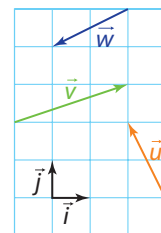
55 1. Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

2. a) Reproduire la figure ci-contre puis tracer les vecteurs suivants.

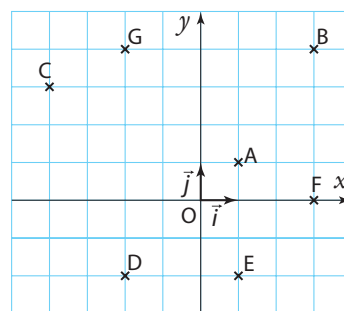
$\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} + \vec{w}$, $\vec{u} - \vec{v}$ et $\vec{u} - \vec{w}$.

b) Lire leurs coordonnées.

c) Les vérifier par le calcul.



56 1. Lire les coordonnées des points.



2. Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.

$\vec{AB}$, $\vec{CE}$, $\vec{FA}$, $\vec{GD}$ et $\vec{BG}$.

3. Calculer les coordonnées de $\vec{BG} + \vec{GD}$.

Comparer avec les coordonnées de $\vec{BD}$.

57 On considère les points A(3; 5), B(2; -1), C(-2; -4) et D(-1; 2).

1. Calculer les coordonnées de $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$.

2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

58 1. On considère les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
Tracer ces deux vecteurs.

2. a) Construire les vecteurs suivants.

$2\vec{u}$, $-3\vec{v}$, $\frac{1}{3}\vec{u}$ et $\frac{3}{2}\vec{v}$.

b) Lire leurs coordonnées.

c) Les vérifier par le calcul.

Exercices d'application

59 On considère le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.

$$3\vec{u}, -4\vec{u}, \frac{2}{3}\vec{u} \text{ et } -4,5\vec{u}.$$

60 On considère les vecteurs suivants $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{w}$ vérifiant l'égalité $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$?

61 Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées respectives $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Calculer les coordonnées de $\vec{w}$, $\vec{m}$ et $\vec{z}$ tels que $\vec{u} + \vec{w} = \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{m} = \vec{v}$ et $\vec{z} - \vec{u} = \vec{v}$.

62 On considère les points A(1 ; 2), B(-2 ; 5) et C(-3 ; -3).
Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB} + 3\vec{CA}$ et $\vec{BC} - \vec{AC}$.

63 Calculer la norme des vecteurs suivants.

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}, \vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}, \vec{m} \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}, \vec{n} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Relation vectorielle avec point inconnu

64 Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, celles du point A(5 ; 2).
Calculer les coordonnées du point B tel que $\vec{AB} = \vec{u}$.

65 On considère les points E(2 ; -1), F(-3 ; 4) et G(1 ; 4).
Déterminer les coordonnées du point H pour que EFGH soit un parallélogramme.

66 On considère les points A(3 ; -4) et B(-1 ; 2).
Quelles sont les coordonnées du point C tel que $\vec{AC} = -2\vec{AB}$?

67 On considère les points M(-4 ; 2), N(0 ; 3) et P(1 ; -5).
Calculer les coordonnées du point Q défini par $\vec{MQ} = -3\vec{MN} + \vec{PN}$.

Colinéarité de vecteurs

68 1. Calculer les déterminants des vecteurs suivants.

2. Dire s'ils sont colinéaires.

3. S'ils sont colinéaires, trouver un coefficient de colinéarité.

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -4,5 \end{pmatrix}$

b) $\vec{s} \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{t} \begin{pmatrix} 14 \\ 4 \end{pmatrix}$

c) $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{r} \begin{pmatrix} 3 \\ 4,5 \end{pmatrix}$

d) $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -4,5 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} -8 \\ 12 \end{pmatrix}$

e) $\vec{s} \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{m} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}$

f) $\vec{m} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $\vec{t} \begin{pmatrix} 14 \\ 4 \end{pmatrix}$

69 1. Soit D(-3 ; -1), E(-4 ; 2), F(2 ; -2) et G(1 ; 1).
Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.

a) $\vec{GF}$ et $\vec{DE}$ b) $\vec{EG}$ et $\vec{FD}$ c) $\vec{EF}$ et $\vec{DG}$ d) $\vec{GE}$ et $\vec{DG}$

2. Calculer les déterminants des vecteurs de la question 1.

3. Les vecteurs de la question 1. sont-ils colinéaires ?

70 Dans chaque cas, dire si les droites (AB) et (CD) sont parallèles en justifiant par un calcul de déterminant.

a) A(-2 ; 1), B(3 ; 4), C(2 ; 2) et D(5 ; 4)

b) A(2 ; 2), B(5 ; 4), C(1 ; 4) et D(-2 ; 2)

c) A(3 ; 4), B(5 ; 0), C(0 ; 5) et D(3 ; 0)

71 Dans chaque cas, dire si les trois points sont alignés en justifiant par un calcul de déterminant.

a) A(-4 ; 3), B(2 ; 3) et C(6 ; 3)

b) D(2 ; 5), E(-4 ; -3) et F(5 ; 9)

c) G(-2 ; 1), H(3 ; 4) et I(5 ; 5)

72 Dans chaque cas, dire si le point C appartient à la droite (AB).

a) A(2 ; 3), B(2 ; -1) et C(2 ; 7)

b) A(1 ; 4), B(-5 ; -4) et C(4 ; 3)

c) A(-3 ; 0), B(2 ; 3) et C(4 ; 4)

73 1. Placer les points A $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$, B $\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$, C $\left(\frac{4}{3}; -1\right)$ et D $\left(0; \frac{2}{3}\right)$.

2. Les droites suivantes sont-elles parallèles ? Justifier.

a) (AB) et (CD) b) (BC) et (AD)

Calculs et automatismes

74 Calculer mentalement.

a) $\frac{3 + (-5)}{2}$

b) $\frac{-6 - 5}{2}$

c) $\sqrt{6^2 + 8^2}$

d) $\sqrt{25 - 9}$

e) $\frac{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}{2}$

f) $\sqrt{121}$

g) $(5 - 2)^2$

h) $(2 - (-4))^2$

i) $(-2 - 5)^2$

75 On considère $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Calculer mentalement les coordonnées de $3\vec{u} + 2\vec{v}$ et de $-\vec{u} + \vec{v}$.

76 Développer les expressions suivantes.

A = $(3x + 2)(5x - 4)$ B = $(2x - 5)^2$

C = $(x - 6)(x + 6)$ D = $2x(3x^2 - 7)$